

# 森島予想についての一部追記事項

森島聖

平成 19 年 3 月 28 日

筆者は [1] において, 非可換多項式環  $R$  について,

予想 1 (森島予想)  $R = k(\alpha)\langle x, y \rangle / (yx - \alpha xy)$ ,  $f, g \in R$  とする. このとき,  $Rf \cap Rg$  は, (辞書式順序  $x > y$  に関して) 高々 2 元の左簡約 Gröbner 基底で生成される.

という予想をたてている.

[1] では, Example 3.22 において 28 個の計算機実験データを得た. しかし, 25 個目の計算機実験データについては,

$f = x^{165}y^{30} - xy, g = x^{15}y^{46} - x^{21}y^6$  とする.  $Rf \cap Rg$  の総次数逆辞書式順序に関する左 Gröbner 基底は

$$\left\{ \begin{aligned} &x^{179}y^{155} - \frac{(\alpha^{6734} + 1)}{\alpha^{6320}}x^{185}y^{75} + \frac{x^{191}y^{35}}{\alpha^{6146}} - \frac{x^{15}y^{86}}{\alpha^{13940}} + \frac{(\alpha^{6734} + 1)}{\alpha^{13700}}x^{21}y^{46} - \frac{x^{27}y^6}{\alpha^{6966}}, \\ &x^{343}y^{104} - \alpha^{348}x^{349}y^{64} - \frac{(\alpha^{6734} + 1)}{\alpha^{12136}}x^{179}y^{75} + \frac{(\alpha^{6734} + 1)}{\alpha^{11962}}x^{185}y^{35} + \frac{x^{15}y^{46}}{\alpha^{12782}} - \frac{x^{21}y^6}{\alpha^{12782}}, \\ &x^{349}y^{75} - \alpha^{174}x^{355}y^{35} - \frac{x^{179}y^{86}}{\alpha^{886}} + \frac{x^{191}y^6}{\alpha^{646}} + \frac{x^{15}y^{57}}{\alpha^{10070}} - \frac{x^{21}y^{17}}{\alpha^{10004}} \end{aligned} \right\}$$

である. この例での辞書式順序に関する左 Gröbner 基底は, 容量超過のため計算が完了しなかった. しかし, この例でも辞書式順序に関しては 2 元で生成されるのではないかと予想している.

と記述しており, 辞書式順序に関する左 Gröbner 基底は, 容量超過のため計算が完了しなかった. しかし, 計算機能力の向上に伴い, 再計算を行ったところ以下の左 Gröbner 基底が求まった.

$$\left\{ \begin{aligned} &-\alpha^{196454}x^{185}y^{2293} + \alpha^{182732}x^{179}y^{2333} - \alpha^{93644}(\alpha^{6734} - 1)x^{183}y^{1184} - \alpha^{6560}x^{181}y^{75} + x^{187}y^{35} + \frac{x^{17}y^{46}}{\alpha^{820}} - \frac{x^{23}y^6}{\alpha^{820}} \\ &+ \frac{(\alpha^{6734} - 1)}{\alpha^{95592}}x^{19}y^{1155} + \frac{x^{21}y^{2264}}{\alpha^{174678}} - \frac{x^{15}y^{2304}}{\alpha^{194960}}, \\ &-\frac{x^{179}y^{3442}}{\alpha^{20376}} + \frac{x^{15}y^{3413}}{\alpha^{579944}} + x^{185}y^{3402} - \frac{x^{21}y^{3373}}{\alpha^{553008}} + \frac{(\alpha^{6734} - 1)}{\alpha^{105008}}x^{183}y^{2293} - \frac{(\alpha^{6734} - 1)}{\alpha^{476140}}x^{19}y^{2264} + \frac{(\alpha^{6734} - 1)}{\alpha^{201064}}x^{181}y^{1184} \\ &- \frac{(\alpha^{6734} - 1)}{\alpha^{390320}}x^{17}y^{1155} + \frac{x^{179}y^{75}}{\alpha^{288168}} - \frac{x^{15}y^{46}}{\alpha^{295548}} - \frac{x^{185}y^{35}}{\alpha^{294728}} + \frac{x^{21}y^6}{\alpha^{295548}} \end{aligned} \right\}$$

この結果，前回では未確認であった実験に対しても同様に辞書式順序に関して 2 元で生成されることが確認できた．

#### 文献

- [1] 森島聖: 平成 12 年度修士論文 非可換多項式環  $k\langle x, y \rangle / (yx - \alpha xy)$  の左単項生成イデアルの共通部分の生成元について, 広島大学大学院理学研究科, 2001.  
<http://homepage3.nifty.com/morishi/stt/syuron2.pdf>